

**ВІННИЦЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ПЕДАГОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ МИХАЙЛА КОЦЮБІНСЬКОГО**



ЗАТВЕРДЖУЮ
Ректор Вінницького державного педагогічного університету імені Михайла Коцюбинського

_____ проф. Лазаренко Н.І.

« ____ » _____ 2022 р.

ПРОГРАМА І КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ

з математики та методики навчання математики

для вступу на ОС магістра

за спеціальністю: 014.04 Середня освіта (математика)

Голова фахової атестаційної комісії

проф. Матяш О. І.

Вінниця – 2022

Пояснювальна записка

Фахове випробування з математики та методики навчання математики, для вступу на навчання ОС магістра на освітні програми «Середня освіта. Математика, інформатика» та «Середня освіта. Математика, фізика» до Вінницького державного педагогічного університету імені Михайла Коцюбинського, проводиться як комплексний усний екзамен з математики та методики навчання математики для рейтингового порівняння рівнів математичних та методичних компетентностей абітурієнтів.

Програма фахового випробування з математики та методики навчання математики для вступників на навчання за освітнім ступенем магістра складається з трьох розділів. Перший з них є переліком основних математичних понять і фактів, вільне володіння якими має продемонструвати вступник у процесі фахового випробування. У другому розділі програми виокремлені основні вимоги до математичних компетентностей вступника. В третьому розділі програми вказані критерії оцінювання відповідей на питання білетів вступного фахового випробування з математики та методики навчання математики.

Програма вступного фахового випробування з математики та методики навчання математики на навчання за освітнім ступенем магістр складена на основі нормативних і методичних рекомендацій Міністерства освіти та науки України і містить основні питання з курсів елементарної математики, лінійної алгебри, алгебри та теорії чисел; аналітичної, конструктивної, диференціальної геометрії; математичного аналізу, теорії функцій та диференціальних рівнянь, теорії ймовірностей та математичної статистики, методики навчання математики основної школи, які об'єднані у сім розділів: «Алгебра», «Геометрія», «Математичний аналіз», «Елементарна математика», «Загальна методика навчання математики», «Методика навчання алгебри», «Методика навчання геометрії». В процесі вступного фахового випробування з математики та методики навчання математики абітурієнт має продемонструвати готовність і здатність до навчання в магістратурі за спеціальністю 014 «Середня освіта

(математика)».

Вступне фахове випробування з математики на навчання за освітнім ступенем магістр проводиться за спеціально розробленими і, відповідним чином, затвердженими екзаменаційними білетами. Кожен білет вступного фахового випробування містить чотири питання (завдання) відповідно до розділів, вказаних вище.

Основний зміст програми

Алгебра

Евклідові простори. Ортонормовані бази. Власні значення та власні вектори лінійних операторів в лінійних просторах. Ортогональні оператори, їх властивості. Симетричні оператори. Фундаментальна система розв'язків однорідної системи лінійних рівнянь. Загальний розв'язок однорідної та неоднорідної системи рівнянь. Зведення квадратичної форми до суми квадратів. Метод Лагранжа. Метод Якобі. Закон інерції квадратичних форм. Основні алгебраїчні структури: групи, кільця, поля (означення, властивості, приклади).

Натуральні числа (аксіоми Пеано). Принцип математичної індукції, різні форми індукції. Цілі числа. Подільність цілих чисел. Ділення з остачею. Найбільший спільний дільник і найменше спільне кратне двох цілих чисел та зв'язок між ними. Дійсні числа. Комплексні числа. Рівносильні лінійні системи і елементарні перетворення систем. Розв'язування і дослідження систем лінійних рівнянь методом послідовного виключення невідомих (метод Гаусса). Прості числа. Нескінченність множини простих чисел. Канонічний розклад складеного числа. Многочлени. Симетричні многочлени. Корінь многочлена. Найбільший спільний дільник двох многочленів від однієї змінної. Розклад многочлена на множники. Матриці та дії над ними. Обернена матриця та її обчислення.

Геометрія

Декартова система координат на площині і в просторі. Рівняння прямої на площині та в просторі. Рівняння кола на площині. Рівняння сфери в просторі. Метод координат на площині та в просторі. Вектори та дії над ними. Скалярний добуток двох векторів та його застосування в геометрії. Векторний добуток двох

векторів та його застосування в геометрії. Мішаний добуток трьох векторів та його застосування в геометрії. Взаємне розміщення прямих у просторі. Кут та відстань між прямими в просторі. Взаємне розміщення двох площин, прямої і площини у просторі. Кут між площинами, кут між прямою і площиною. Рухи фігур на площині, основні види рухів на площині. Перетворення подібності площини. Застосування руху та подібності до розв'язування задач геометрії. Многогранники. Правильні многогранники та їх класифікація. Геометричні побудови на площині. Зображення плоских і просторових фігур у паралельній проекції.

Топологічна структура. Класифікація точок та множин топологічного простору. Метричні простори. Топологізація метричного простору. Класифікація точок та множин метричного простору. Повні метричні простори. Приклади. Топологічні відображення, їх властивості. Кривина лінії. Скрут. Тригранник Френе. Формули Френе. Перша квадратична форма поверхні та її застосування. Друга квадратична форма поверхні. Індикатриса кривини поверхні. Повна і середня кривини поверхні. Формула Ейлера.

Математичний аналіз

Теореми Больцано-Коші про перетворення неперервної функції в нуль та про проміжне значення. Теореми Вейєрштрасса про неперервність на відрізку функції. Основні теореми про диференційовні функції однієї змінної (Ферма, Ролля, Лагранжа, Коші). Формула Тейлора для функції однієї змінної із залишковим членом у формі Пеано, Лагранжа і Коші. Локальні екстремуми функції однієї змінної: необхідні й достатні умови. Опуклість і вгнутість кривих. Точки перегину. Функція багатьох змінних: означення та символіка. Границя функції багатьох змінних. Неперервність. Диференційовність функції багатьох змінних. Повний диференціал. Диференціали вищих порядків. Похідна складної функції багатьох змінних. Диференціювання неявної функції багатьох змінних. Числові ряди. Критерій Коші збіжності числового ряду. Ознаки порівняння збіжності додатних рядів, ознаки Коші, Даламбера, Раабе. Абсолютна та умовна збіжності числових рядів. Ознака Лейбніца збіжності знакозмінного ряду та оцінка його залишку. Степеневі ряди дійсної змінної. Теорема Абеля, інтервал та радіус збіжності

степеневому ряду. Властивості степеневих рядів. Ряд Тейлора. Розкладання елементарних функцій в ряд Маклорена. Тригонометричний ряд Фур'є. Коефіцієнти Фур'є. Ряд Фур'є для парних і непарних функцій. Поняття подвійного інтеграла. Умови його існування та властивості. Обчислення подвійного інтеграла. Заміна змінних у подвійному інтегралі.

Застосування інтегрального числення до розв'язування задач геометрії. Застосування визначеного інтегралу до розв'язування задач фізики. Степенева функція дійсної змінної. Показникова функція дійсної змінної. Логарифмічна функція дійсної змінної. Тригонометричні та обернені тригонометричні функції. Звичайні диференціальні рівняння. Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння другого порядку зі сталими коефіцієнтами.

Елементарна математика

Тотожні перетворення виразів: раціональних, ірраціональних, показникових, логарифмічних. Доведення нерівностей (за допомогою означення; синтетичний метод; метод від супротивного; метод математичної індукції). Арифметична та геометрична прогресії. Рівняння з однією змінною: раціональні; дробово-раціональні; ірраціональні; показникові; логарифмічні; рівняння, що містять змінну під знаком модуля. Нерівності з однією змінною: раціональні; дробово-раціональні; ірраціональні; показникові; логарифмічні; рівняння, що містять змінну під знаком модуля. Системи рівнянь з параметрами. Розв'язування тригонометричних рівнянь та нерівностей.

Задачі на складання рівнянь і систем рівнянь: задачі на числові залежності; задачі на сумісну роботу; задачі на сплави і суміші; задачі на рух.

Трикутники, їх елементи та властивості. Чотирикутники, їх елементи та властивості. Комбінації геометричних тіл. Площі плоских фігур. Площі поверхні геометричних тіл. Об'єми геометричних тіл. Методи розв'язування геометричних задач. Екстремальні задачі планіметрії.

Загальна методика навчання математики

Діяльнісний, компетентнісний та особистісно орієнтований підходи у

навчанні. Вікові особливості учнів та психолого-педагогічні передумови формування знань та умінь з математики. Рівнева та профільна диференціація в навчанні математики. Реалізація принципів навчання в навчанні математики. Розвиток мислення та прийомів розумової діяльності в навчанні учнів математики. Евристичні прийоми навчання. Прийоми систематизації та узагальнення знань та умінь з математики. Прийоми формування мотивації учнів до навчання математики. Домашнє завдання з математики: функції та основні принципи його розробки та перевірки.

Календарний та тематичний плани навчання математики. Побудова структури уроку математики відповідно до обраного типу уроку. Визначення навчальної, розвивальної та виховної мети уроку математики. Різні методи й прийоми організації навчально-пізнавальної діяльності учнів на уроці геометрії. Методичні вимоги до використання різних засобів навчання на уроках математики. Місце та роль наочності на уроках математики. Використання інформаційно-комунікаційних технологій навчання на уроках математики в школі. Використання історичних відомостей на уроках математики. Інтерактивні технології в навчанні математики.

Фактичні помилки, логічні помилки та недоліки учнів у навчанні математики. Різні види й функції письмових робіт з математики. Розробка варіантів самостійної або контрольної роботи з математики. Оцінювання виконання письмової роботи з математики. Оцінювання усних відповідей учнів на уроках математики. Різні форми й види тестів для визначення рівня математичних знань та умінь учнів. Розробка, перевірка та оцінювання тестів з математики.

Прогресивний педагогічний досвід навчання математики в школі. Позакласна робота з математики в школі. Факультативні заняття та курси за вибором з математики. Роль і функції кабінету математики в процесі формування математичних компетентностей учнів.

Методика навчання алгебри

Зміст і завдання алгебраїчної компоненти шкільних програм з математики. Порівняльний аналіз шкільних альтернативних підручників з алгебри. Основні

змістові лінії шкільного курсу алгебри. Внутрішньо-предметні та міжпредметні зв'язки в навчанні алгебри. Місце й роль навчання алгебри в процесі формування математичної компетентності учнів.

Методика пропедевтики навчання алгебри в 5-6 класах. Методика вивчення чисел та дій над ними в систематичному курсі алгебри. Методика вивчення тотожних перетворень раціональних виразів в школі. Вивчення рівнянь і систем рівнянь в систематичному курсі алгебри. Вивчення нерівностей та систем нерівностей в курсі математики основної школи. Методика вивчення функцій в систематичному курсі алгебри. Елементи прикладної математики в курсі алгебри основної школи. Методика навчання учнів розв'язувати текстові задачі .

Формування й розвиток інтересу учнів до навчання алгебри. Причини типових помилок учнів у процесі навчання алгебри та прийоми їх попередження й виправлення. Розвиток самостійної діяльності учнів у процесі навчання алгебри. Особливості навчання алгебри учнів у класах поглибленого навчання математики.

Методика навчання геометрії

Зміст і завдання геометричної компоненти шкільних програм з математики. Порівняльний аналіз шкільних альтернативних підручників з геометрії. Основні змістові лінії шкільного курсу геометрії. Внутрішньо-предметні та міжпредметні зв'язки в навчанні геометрії. Можливості розвитку дослідницьких та конструктивних здібностей у навчанні геометрії. Розвиток логічного мислення та інтуїції в процесі навчання геометрії. Розвиток просторової уяви, пам'яті, алгоритмічної культури учнів у процесі навчання геометрії. Причини типових помилок учнів у процесі навчання геометрії та прийоми їх попередження й виправлення.

Пропедевтика навчання геометрії в 5-6 класах. Методика розв'язування геометричних вправ у 5-6 класах. Формування й розвиток геометричної компетентності учнів у класах поглибленого навчання геометрії.

Аксіоми і теореми в шкільному курсі геометрії та методика навчання учнів доведенню математичних тверджень. Формування знань та умінь учнів про геометричні фігури та їх властивості в процесі вивчення систематичного курсу

планіметрії. Методика вивчення трикутників у систематичному курсі планіметрії. Методика вивчення чотирикутників у систематичному курсі планіметрії. Методика вивчення многокутників у систематичному курсі планіметрії. Вивчення геометричних перетворень фігур у систематичному курсі планіметрії. Координатний метод розв'язування задач у систематичному курсі планіметрії. Векторний метод розв'язування задач у систематичному курсі планіметрії. Методика вивчення кола, круга та їхніх елементів у систематичному курсі планіметрії. Методика вивчення геометричних побудов в школі. Формування знань та умінь учнів основної школи розв'язувати задачі на доведення. Формування знань та умінь учнів основної школи розв'язувати задачі на дослідження. Формування знань та умінь учнів основної школи розв'язувати задачі на побудову. Формування знань та умінь учнів про геометричні величини, їх вимірювання та обчислення в процесі вивчення систематичного курсу планіметрії.

Місце й роль геометричної задачі в процесі формування геометричної компетентності учнів. Методична система навчальних задач на урок геометрії. Різні функції геометричної задачі. Формування й розвиток інтересу учнів до процесу розв'язування геометричної задачі. Розв'язування однієї задачі різними способами. Місце й функції прикладної задачі на уроці геометрії. Конструювання геометричних задач.

Вимоги до знань та умінь вступника на навчання за освітнім ступенем Магістр

Відповідаючи на кожне питання екзаменаційного білету, абітурієнт магістратури повинен продемонструвати свідоме володіння математичними поняттями та показати глибоке розуміння відповідної математичної теорії (вміти з'ясувати склад і структуру теорії: поняття, наукові факти, закони, принципи та зв'язки між ними). Від абітурієнта не вимагається проведення детальних математичних викладок з доведенням усіх тверджень, які стосуються питання білету, достатньо викласти основні положення теорії (аксіоми, теореми, формули, методи, алгоритми тощо) в строгій логічній послідовності,

обґрунтувати основні з них та провести строге доведення ключового твердження. На вступному фаховому випробуванні абітурієнт Вінницького державного педагогічного університету імені Михайла Коцюбинського за освітнім ступенем «Магістр», спеціальності «Середня освіта (математика)» має показати:

- чітке знання означень математичних понять, формулювань ознак та властивостей, передбачених програмою, вміння доводити основні з них;
- вміння точно і стисло висловити математичну тезу в усній та письмовій формі, використовувати відповідну символіку;
- впевнене володіння практичними математичними вміннями і навичками, передбаченими програмою, вміннями застосовувати знання при розв'язуванні задач і виконанні тестів;
- здатність до методичного аналізу математичного матеріалу;
- чітке розуміння змісту, використовуваних ним у процесі відповіді, понять педагогіки та методики навчання математики; здатність педагогічного аналізу типових методичних проблем;
- вміння характеризувати методичні особливості навчальних тем;
- наявність здатності до творчої діяльності при виконанні методичних завдань;
- здатність до дослідницької та творчої діяльності;
- готовність до набуття більш високого рівня фахової компетентності.

Зокрема, відповідаючи на питання з розділу «Алгебра», вступники повинні на високому рівні володіти теоретико-множинною й логічною символікою, основними поняттями алгебри і теорії чисел (алгебраїчна операція, група, кільце, поле, векторний простір, лінійна залежність і незалежність, лінійні оператори, матриці й визначники, прості числа, подільність, конгруентність, многочлени), мати чітке уявлення про основні числові системи та їх будову, володіти навичками розв'язування систем лінійних рівнянь, знати основні арифметичні застосування теорії конгруенцій.

Відповідаючи на питання з розділу «Геометрія», вступники повинні

володіти методами аналітичної геометрії, знати про групову та структурну точки зору на будову геометрії, сучасний аксіоматичний метод, основні положення геометрії Лобачевського. Вступники повинні мати загальні уявлення про різні неевклідові геометрії, використовувати знання топології при означенні ліній і поверхонь, вміти застосовувати теоретичні знання на практиці, зокрема, у процесі доведення теорем і розв'язування задач. Вступники повинні вільно володіти векторним методом розв'язування задач, методами досліджень ліній другого порядку, методом геометричних перетворень, методами досліджень поверхонь другого порядку, методами перерізів, геометричних місць точок, геометричних перетворень та алгебраїчним методом. Вміти використовувати метод координат для задання та дослідження геометричних об'єктів, розв'язування задач. Вступники повинні вміти застосовувати теорії прямих і площин у процесі розв'язування геометричних задач; використовувати знання топології при означенні ліній, поверхонь, поверхонь з межею, геометричного тіла, тощо.

Відповідаючи на питання з розділу «*Математичний аналіз*», вступники повинні вільно володіти основними поняттями математичного аналізу (функція, послідовність, ряд, границя, неперервність, похідна, інтеграл, міра), мати чітке уявлення про основні елементарні функції дійсної та комплексної змінної, метричний простір, володіти навичками обчислення границь, похідних, інтегралів, вміти розв'язувати найпростіші типи диференціальних рівнянь, знати застосування диференціального та інтегрального числення, а також диференціальних рівнянь до розв'язування практичних задач. Передбачаються уміння свідомо виконувати такі типові завдання: ставити математичні задачі; аналізувати математичну проблему (задачу); формулювати гіпотетичне твердження; обґрунтовувати (доводити) твердження, будувати контрприклад; вибирати й використовувати алгоритми.

Відповідаючи на питання з розділу «*Елементарна математика*», вступники повинні вміти будувати математичні моделі реальних об'єктів, процесів і явищ та досліджувати ці моделі засобами математики; виконувати

математичні розрахунки (виконувати дії з числами, поданими в різних формах, наближені обчислення тощо); виконувати перетворення виразів (розуміти змістове значення кожного елемента виразу, знаходити допустимі значення змінних, знаходити числові значення виразів при заданих значеннях змінних тощо); будувати й аналізувати графіки найпростіших функціональних залежностей, досліджувати їхні властивості; розв'язувати рівняння, нерівності та їх системи, розв'язувати текстові задачі за допомогою рівнянь, нерівностей та їхніх систем; знати властивості та ознаки геометричних фігур; знаходити кількісні характеристики геометричних фігур (довжини, величини кутів, площі, об'єми).

Відповідаючи на питання, що відносяться до розділу методики навчання математики, вступник має на високому рівні володіти знаннями про завдання, права і обов'язки вчителя математики в школі; усвідомлювати та вміти аналізувати типові задачі діяльності вчителя математики в основній школі, пов'язані з виконанням його типових функцій. Зокрема при вступі на навчання за освітнім ступенем *магістр*, діагностується рівень наступних знань та умінь вступника:

- знання та уміння формування математичних знань та умінь учнів 5-6 класів на рівні пропедевтики систематичних курсів алгебри та геометрії;
- знання та уміння підготувати урок математики в школі;
- знання та уміння забезпечити формування знань та умінь учнів основної школи в процесі вивчення систематичного курсу планіметрії;
- знання та уміння забезпечити формування знань та умінь учнів основної школи в процесі вивчення систематичного алгебри;
- знання та уміння формувати й розвивати знання та уміння учнів щодо різних методів та способів розв'язування математичних задач;
- знання та уміння формувати й розвивати цілісні, системні знання та уміння учнів з математики;
- знання та уміння створити умови для формування та розвитку

- мислення учнів у процесі вивчення математики;
- знання та уміння забезпечити умови для формування й розвитку інтуїції та логічного мислення учнів, їхніх творчих здібностей;
 - знання та уміння формувати й розвивати способи діяльності учнів щодо успішного застосування знань та умінь з математик для розв'язування практичних та прикладних задач;
 - знання та уміння формувати й розвивати мотиви та інтерес учнів до якісного засвоєння математичних знань та умінь та процесу навчання математики;
 - знання та уміння виявляти, коректувати і попереджувати типові помилки учнів;
 - знання та уміння правильно оцінювати рівень знань та умінь учнів з математики;
 - знання та уміння підготувати і провести на належному рівні позакласний захід з математики;
 - знання та уміння обладнати і ефективно використовувати в навчальному процесі кабінет з математики;
 - знання та уміння формувати й розвивати математичну компетентність учнів в класах поглибленого навчання математики.

Тобто, майбутній студент магістратури спеціальності «Середня освіта (Математика)» повинен уміти аналізувати й порівнювати різні навчальні програми з математики, співвідносити мету і завдання вивчення математики з цілями і завданнями вивчення кожної навчальної теми; готувати і проводити уроки математики в основній школі; проектувати реалізацію зв'язків вивчення математики з іншими навчальними предметами, а також уміти забезпечувати розвиток учнів у процесі навчання математики.

КРИТЕРІЇ

оцінювання вступного фахового випробування з математики та методики навчання математики

Визначення результатів вступного фахового випробування з математики та методики навчання математики здійснюється у два етапи. На першому етапі визначається тестовий бал вступника (максимум – 100 балів). На другому етапі, на основі тестового балу визначається рейтингова оцінка результатів вступника за 200-бальною шкалою, що використовується при складанні рейтингового списку абітурієнтів при вступі.

Кожний білет вступного фахового випробування з математики та методики навчання математики, містить чотири питання (завдання) відповідно до вищевказаних розділів. Повна, правильна і обґрунтована відповідь на кожне теоретичне питання білету оцінюється в 25 балів таким чином: *знаннєва компонента* відповіді (від 0 до 10 балів), *практична компонента* відповіді (від 0 до 10 балів); *комунікативна компонента* відповіді (від 0 до 5 балів).

Знаннєва компонента відповіді на кожне теоретичне питання білету з математики та методики навчання математики, передбачає: знання означень математичних понять, глибину розуміння їхнього змісту та обсягу; вміння доводити математичні твердження; знання різних методів розв'язування задач.

Практична компонента відповіді на кожне теоретичне питання білету з математики та методики навчання математики, передбачає: володіння математичними вміннями й навичками, передбаченими програмою, вміннями застосовувати математичні знання при розв'язуванні задач; вміння будувати математичні моделі реальних об'єктів, процесів і явищ та досліджувати ці моделі засобами математики; вміння обґрунтовувати твердження; вміння поєднувати знання теоретичного змісту матеріалу та практичних навичок його застосування.

Комунікативна компонента відповіді на кожне питання білету передбачає: вміння вдало вибудувати відповідь на питання білету, чітко та лаконічно виділити й розкрити найосновніші компоненти відповіді; вміння

наводити в процесі відповіді вдалі схеми, приклади та контрприкладі; вільне володіння змістом відповіді на питання білету (міра використання конспекту відповіді тощо).

При оцінюванні виконання практичного завдання враховується: правильність розв'язання; повнота розв'язання; раціональність розв'язання задачі; обґрунтування всіх кроків розв'язання; розгляд різних способів міркувань при розв'язуванні задачі; кількість і якість допущених помилок; дотримання вимог оформлення розв'язування задачі. Повне й правильне виконання практичного завдання екзаменаційного білету дає можливість набрати найбільшу кількість балів – 20. Представлення найбільш раціональних розв'язань з високим рівнем обґрунтувань дозволяє отримати ще 5 балів за виконання практичного завдання. Отже, максимальна кількість балів, яку може отримати вступник за виконання практичного завдання – 25 балів.

Таким чином, найбільшу кількість тестових балів, яку може набрати вступник, відповідаючи на всі питання білету вступного фахового випробування з математики та методики навчання математики – **100** балів. Мінімальний тестовий бал для отримання позитивної оцінки – **50**, максимальний - **100**. Рейтингова оцінка результатів вступника за 200-бальною шкалою:

У 200-бальній шкалі	Оцінка ECTS	Оцінка за розширеною шкалою
190-200	A	ВІДМІННО
180-189	B	ДУЖЕ ДОБРЕ
175-179	C	ДОБРЕ
160-174	D	ЗАДОВІЛЬНО
150-159	E	ДОСТАТНЬО
135-149	FX	НЕЗАДОВІЛЬНО
100-134	F	НЕПРИЙНЯТНО

Голова фахової атестаційної комісії

проф. Матяш О.І.