ВІННИЦЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ПЕДАГОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ МИХАЙЛА КОЦЮБИНСЬКОГО

ЗАТВЕРДЖУЮ
Ректор Вінницького державного
педагогічного університету
імені Михайла Коцюбинського

_____ проф. Лазаренко Н.І.

« ___» _____ 2022 р.

ПРОГРАМА І КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ

з математики
для вступу на ОС магістра
за спеціальністю: 111 Математика

Голова фахової атестаційної комісії М.М. Ковтонюк

Вінниця – 2022

Пояснювальна записка

Вступне випробування з математики для вступу на навчання за освітнім ступенем магістр спеціальності 111 «Математика» до Вінницького державного педагогічного університету імені Михайла Коцюбинського, проводиться як комплексний усний екзамен з математики для рейтингового порівняння рівнів математичних компетентностей абітурієнтів.

Програма вступного випробування з математики для вступників на навчання за освітнім ступенем магістр складається з трьох розділів. Перший з них є переліком основних математичних понять і фактів, вільне володіння якими має продемонструвати вступник у процесі випробування. У другому розділі програми виокремлені основні вимоги до математичних компетентностей вступника. В третьому розділі програми вказані критерії оцінювання відповідей на питання білетів вступного випробування з математики.

Програма вступного випробування з математики на навчання за освітнім ступенем магістр складена на основі нормативних і методичних рекомендацій Міністерства освіти та науки України і містить основні питання з курсів лінійної алгебри, алгебри та теорії чисел; аналітичної, конструктивної, диференціальної геометрії; математичного аналізу, теорії функцій та диференціальних рівнянь, теорії ймовірностей та математичної статистики, які об'єднані в чотири розділи: «Алгебра», «Геометрія», «Математичний аналіз», «Теорія ймовірностей та статистика». В процесі вступного випробування з математики абітурієнт має продемонструвати готовність і здатність до навчання в магістратурі за спеціальністю 111.Математика.

Вступне випробування з математики на навчання за освітнім ступенем магістр спеціальності 111 «Математика» проводиться за спеціально розробленими і, відповідним чином, затвердженими екзаменаційними білетами. Кожен білет вступного випробування з математики містить чотири питання (завдання) відповідно до розділів, вказаних вище.

Основний зміст програми

Алгебра

Евклідові простори. Ортонормовані бази. Власні значення та власні вектори лінійних операторів в лінійних просторах. Ортогональні оператори, їх властивості. Симетричні оператори. Фундаментальна система розв'язків однорідної системи лінійних рівнянь. Загальний розв'язок однорідної та неоднорідної системи рівнянь.

Натуральні числа (аксіоми Пеано). Принцип математичної індукції, різні форми індукції. Цілі числа. Подільність цілих чисел. Ділення з остачею. Найбільший спільний дільник і найменше спільне кратне двох цілих чисел та зв'язок між ними. Дійсні числа. Комплексні числа. Рівносильні лінійні системи і елементарні перетворення систем. Розв'язування і дослідження систем лінійних рівнянь методом послідовного виключення невідомих (метод Гаусса). Прості числа. Нескінченість множини простих чисел. Канонічний розклад складеного числа. Многочлени. Симетричні многочлени. Корінь многочлена. Найбільший спільний дільник двох многочленів від однієї змінної. Розклад многочлена на множники. Матриці та дії над ними. Обернена матриця та її обчислення.

Геометрія

Декартова система координат на площині і в просторі. Рівняння прямої на площині та в просторі. Рівняння кола на площині. Рівняння сфери в просторі. Метод координат на площині та в просторі. Вектори та дії над ними. Скалярний добуток двох векторів та його застосування в геометрії. Векторний добуток двох векторів та його застосування в геометрії. Мішаний добуток трьох векторів та його застосування в геометрії. Взаємне розміщення прямих у просторі. Кут та відстань між прямими в просторі. Взаємне розміщення двох площин, прямої і площини у просторі. Кут між площинами, кут між прямою і площиною. Рухи фігур на площині, основні види рухів на площині. Перетворення подібності площини. Застосування руху та подібності до розв'язування задач геометрії. Многогранники. Правильні многогранники та їх

класифікація. Геометричні побудови на площині. Зображення плоских і просторових фігур у паралельній проекції.

Топологічна структура. Класифікація точок та множин топологічного простору. Метричні простори. Топологізація метричного простору. Класифікація точок та множин метричного простору. Повні метричні простори. Приклади. Топологічні відображення, їх властивості. Кривина лінії. Скрут.

Математичний аналіз та диференціальні рівняння

Збіжні послідовності дійсних чисел. Число е. Теореми Больцано-Коші про перетворення неперервної функції в нуль та про проміжне значення. Теореми Вейєрштрасса про неперервні на відрізку функції. Похідна та диференціал. Правила диференціювання. Основні теореми про диференційовні функції однієї змінної (Ферма, Ролля, Лагранжа, Коші). Формула Тейлора для функції однієї змінної із залишковим членом у формі Пеано, Лагранжа і Коші. Локальні екстремуми функції однієї змінної: необхідні й достатні умови. Опуклість і вгнутість кривих. Точки перегину.

Первісна та невизначений інтеграл. Поняття визначеного інтеграла. Умови його існування та властивості. Обчислення визначеного інтеграла. Поняття подвійного інтеграла. Умови його існування та властивості. Обчислення подвійного інтеграла. Заміна змінних у подвійному інтегралі. Застосування інтегрального числення до розв’язування задач геометрії та фізики. Степенева функція дійсної змінної. Показникова функція дійсної змінної. Логарифмічна функція дійсної змінної. Тригонометричні та обернені тригонометричні функції.

Теорія ймовірностей та математична статистика

Послідовності незалежних випробувань. Формула Бернуллі. Основні властивості біномного розподілу. Дискретні випадкові величини. Закони розподілу, числові характеристики. Геометричний розподіл і розподіл Пуассона. Неперервні випадкові величини. Закони розподілу, числові характеристики. Нормальний закон розподілу. Задача оцінювання невідомих параметрів: точкові та інтервальні оцінки. Статистична перевірка гіпотез. Перевірка гіпотез про числові характеристики нормального розподілу.

Вимоги до знань та умінь вступника

Відповідаючи на кожне питання екзаменаційного білету, абітурієнт магістратури повинен продемонструвати свідоме володіння математичними поняттями та показати глибоке розуміння відповідної математичної теорії (вміти з'ясовувати склад і структуру теорії: поняття, наукові факти, закони, принципи та зв'язки між ними). Від абітурієнта не вимагається проведення детальних математичних викладок з доведенням усіх тверджень, які стосуються питання білету, достатньо викласти основні положення теорії (аксіоми, теореми, формули, методи, алгоритми тощо) в строгій логічній послідовності, обґрунтувати основні з них та провести строге доведення ключового твердження. На додатковому вступному випробуванні вступник на навчання до Вінницького державного педагогічного університету імені Михайла Коцюбинського за освітнім ступенем «Магістр», спеціальності 111.Математика має показати:

- чітке знання означень математичних понять, формулювань ознак та властивостей, передбачених програмою, вміння доводити основні з них;
- вміння точно і стисло висловити математичну тезу в усній та письмовій формі, використовувати відповідну символіку;
- впевнене володіння практичними математичними вміннями і навичками, передбаченими програмою, вміннями застосовувати знання при розв'язуванні задач і виконанні тестів.

Зокрема, відповідаючи на питання з розділу «*Алгебра*», вступники повинні на високому рівні володіти теоретико-множинною й логічною символікою, основними поняттями алгебри і теорії чисел (алгебраїчна операція, група, кільце, поле, векторний простір, лінійна залежність і незалежність, лінійні оператори, матриці й визначники, прості числа, подільність, конгруентність, многочлени), мати чітке уявлення про основні числові системи та їх будову, володіти навичками розв'язування систем лінійних рівнянь, знати основні арифметичні застосування теорії конгруенцій.

Відповідаючи на питання з розділу «*Геометрія*», вступники повинні володіти методами аналітичної геометрії, знати про групову та структурну

точки зору на будову геометрії, сучасний аксіоматичний метод, основні положення геометрії Лобачевського. Вступники повинні мати загальні уявлення про різні неевклідові геометрії, використовувати знання топології при означенні ліній і поверхонь, вміти застосовувати теоретичні знання на практиці, зокрема, у процесі доведення теорем і розв'язування задач. Вступники повинні вільно володіти векторним методом розв'язування задач, методами досліджень ліній другого порядку, методом геометричних перетворень, методами досліджень поверхонь другого порядку, методами перерізів, геометричних місць точок, геометричних перетворень та алгебраїчним методом. Вміти використовувати метод координат для задання та дослідження геометричних об'єктів, розв'язування задач. Вступники повинні вміти застосовувати теорії прямих і площин у процесі розв'язування геометричних задач; використовувати знання топології при означенні ліній, поверхонь, поверхонь з межею, геометричного тіла, тощо.

Відповідаючи на питання з розділу «*Математичний аналіз*», вступники повинні вільно володіти основними поняттями математичного аналізу (функція, послідовність, ряд, границя, неперервність, похідна, інтеграл, міра), мати чітке уявлення про основні елементарні функції дійсної змінної, володіти навичками обчислення границь, похідних, інтегралів, знати застосування диференціального та інтегрального числення до розв'язування практичних задач.

Відповідаючи на питання з розділу «*Теорія ймовірностей та математична статистика*», вступники повинні знати: основні поняття теорії ймовірностей такі як випадкові події, означення та властивості ймовірностей, випадкові величини, основні закони розподілу дискретних та неперервних випадкових величин, їх числові характеристики; основні поняття математичної статистики такі як вибірковий метод, статистичні розподіли вибірки та їх числові характеристики, статистичні оцінки параметрів розподілу, статистичні гіпотези та їх перевірка. Вступники повинні вміти: вибирати математичні методи та ймовірнісні моделі, методичні прийоми статистичного аналізу для дослідження прикладних задач.

КРИТЕРІЇ

оцінювання відповідей на питання вступного випробування з математики

Кожний білет вступного випробування з математики, містить чотири питання (завдання) відповідно з розділів «Алгебра», «Геометрія», «Математичний аналіз», «Теорія ймовірностей та математична статистика». Повна, правильна і обґрунтована відповідь на кожне питання білету оцінюється в 50 балів.

45-50 балів ставиться студенту, який дав чітку і обґрунтовану відповідь на кожне питання білету, продемонстрував глибоке володіння основними поняттями і методами відповідних математичних теорій та уміння застосовувати їх до розв'язування конкретних задач і вправ.

Відповідь студента заслуговує **38–44 балів**, якщо він дав правильні і обґрунтовані відповіді на всі питання білету, виявив розуміння основних понять і методів відповідних математичних теорій та уміння застосовувати їх до розв'язування конкретних задач і вправ, але при цьому допускав неточності в формулюваннях та незначні помилки при проведенні математичних викладок.

30–37 балів ставиться студенту, який, показавши в цілому правильне розуміння основних понять і методів відповідних математичних теорій та уміння застосовувати їх до розв'язування конкретних задач і вправ, допускав суттєві недоліки або помилки, відповідаючи на питання білету, виявив прогалини в знаннях.

1–29 балів ставиться в тому випадку, коли студент має значні прогалини основними поняттях і методах відповідних математичних теорій, не вміє розв'язувати певні типи задач і вправ.

Таким чином, найбільшу кількість балів, яку може набрати вступник відповідаючи на всі питання білету вступного випробування з математики – **200** балів. Якщо вступник набрав не менше 100 балів, то він допускається до інших вступних іспитів, якщо менше 100 балів, то не допускається.