

**Вінницький державний педагогічний університет
імені Михайла Коцюбинського**



ЗАТВЕРДЖУЮ
Ректор Вінницького державного
педагогічного університету
імені Михайла Коцюбинського

_____ проф. Лазаренко Н.І.
« ____ » _____ 2021 р.

ПРОГРАМА І КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ
додаткового вступного випробування з елементарної
математики
для вступу на ОС магістра денної і заочної форми
за спеціальністю 111 «Математика»

Голова фахової атестаційної комісії

М.М. Ковтонюк

Пояснювальна записка

Додаткове вступне випробування з елементарної математики для вступу на навчання за освітнім ступенем магістр спеціальності 111 «Математика» до Вінницького державного педагогічного університету імені Михайла Коцюбинського, проводиться як комплексний усний екзамен з елементарної математики для рейтингового порівняння рівнів математичних компетентностей абітурієнтів.

Програма з елементарної математики для вступників складається з трьох розділів. Перший з них є переліком основних математичних понять і фактів, якими повинен володіти вступник (вміти правильно їх використовувати при розв'язуванні задач, виконанні тестів). Наведено перелік основних умінь та способів навчальної діяльності абітурієнтів з елементарної математики. У другому розділі вказана діагностика рівня знань, умінь та навичок вступників. У третьому розділі програми представлена форма, структура та зміст вступного випробування з елементарної математики та розкриті критерії оцінювання завдань вступного випробування з елементарної математики.

На вступному випробуванні з елементарної математики вступник до магістратури Вінницького державного педагогічного університету імені Михайла Коцюбинського повинен показати:

- а) чітке знання означень, математичних понять, термінів, формулювань правил, ознак, теорем, передбачених програмою, вміння доводити їх;
- б) вміння точно і стисло висловити математичну думку в письмовій формі, використовувати відповідну символіку;
- в) впевнене володіння практичними математичними вміннями і навичками, передбаченими програмою, вміннями застосовувати їх при розв'язанні задач і вправ, виконанні тестів.

Програма вступного випробування

1. Основні змістові лінії та вимоги до рівня підготовки вступників магістратури з елементарної математики

АЛГЕБРА І ПОЧАТКИ АНАЛІЗУ

Розділ: ЧИСЛА І ВИРАЗИ

1. Дійсні числа (натуральні, цілі. Раціональні та ірраціональні), їх порівняння та дії з ними. Числові множини та співвідношення між ними.

Предметні компетентності. Вступник повинен знати:

- властивості дій з дійсними числами;
- правила порівняння дійсних чисел;
- ознаки подільності натуральних чисел на 2, 3, 5, 9, 10;
- правила округлення цілих чисел і десяткових дробів;
- означення кореня n -го степеня та арифметичного кореня n -го степеня;
- властивості коренів;
- означення степеня з натуральним, цілим та раціональним показниками, їхні властивості;
- числові проміжки;
- модуль дійсного числа та його властивості.

Уміти:

- розрізняти види чисел та числових проміжків;
- порівнювати дійсні числа;
- виконувати дії з дійсними числами;
- використовувати ознаки подільності;
- знаходити неповну частку та остачу від ділення одного натурального числа на інше;
- перетворювати звичайний дріб у десятковий та нескінченний періодичний десятковий дріб – у звичайний;
- округлювати цілі числа і десяткові дроби;
- використовувати властивості модуля до розв’язання задач.

2. Відношення та пропорції. Відсотки. Основні задачі на відсотки. Текстові задачі.

Предметні компетентності. Вступник повинен знати:

- відношення, пропорції;
- основна властивість пропорції;
- означення відсотка;
- правила виконання відсоткових розрахунків.

Уміти:

- знаходити відношення чисел у вигляді відсотка, відсоток від числа, число за значенням його відсотка;
- розв’язувати задачі на відсоткові розрахунки та пропорції;
- розв’язувати текстові задачі арифметичним способом.

3. Раціональні, ірраціональні, степеневі, показникові, логарифмічні, тригонометричні вирази та їхні перетворення.

Предметні компетентності. Вступник повинен знати:

- означення області допустимих значень змінних виразу зі змінними;
- означення тотожно рівних виразів, тотожного перетворення виразу, тотожності;
- означення одночлена та многочлена;
- правила додавання, віднімання і множення одночленів та многочленів;
- формули скороченого множення;
- розклад многочлена на множники;
- означення алгебраїчного дробу;
- правила виконання дій з алгебраїчними дробами;
- означення та властивості логарифма, десятковий та натуральний логарифм;
- основна логарифмічна тотожність;
- означення синуса, косинуса, тангенса, котангенса числового аргументу;
- основна тригонометрична тотожність та наслідки з неї;
- формули зведення;
- формули додавання та наслідки з них.

Уміти:

- виконувати тотожні перетворення раціональних, ірраціональних, степеневих, показникових, логарифмічних, тригонометричних виразів та знаходити їх числове значення при заданих значеннях змінних.

Розділ: РІВНЯННЯ, НЕРІВНОСТІ ТА ЇХ СИСТЕМИ

4. Лінійні, квадратні, раціональні, ірраціональні, показникові, логарифмічні, тригонометричні рівняння, нерівності та їх системи. Застосування рівнянь, нерівностей та їх систем до розв'язування текстових задач.

Предметні компетентності. Вступник повинен знати:

- рівняння з однією змінною, означення кореня рівняння з однією змінною;
- нерівність з однією змінною, означення розв'язку нерівності з однією змінною;
- означення розв'язку системи рівнянь з двома змінними та методи їх розв'язувань;
- рівносильні рівняння, нерівності та їх системи;
- методи розв'язування раціональних, ірраціональних, показникових, логарифмічних, тригонометричних рівнянь і нерівностей.

Уміти:

- розв'язувати рівняння і нерівності першого та другого степенів, а також рівняння і нерівності, що зводяться до них;
- розв'язувати системи рівнянь і нерівностей першого та другого степенів, а також ті, що зводяться до них;
- розв'язувати рівняння і нерівності, що містять степеневі, показникові, логарифмічні та тригонометричні вирази;
- розв'язувати ірраціональні рівняння і нерівності, а також їх системи;
- застосовувати загальні методи та прийоми (розкладання на множники, заміна змінної, застосування властивостей функцій) у процесі розв'язування рівнянь, нерівностей та систем;
- користуватися графічним методом розв'язування і дослідження рівнянь, нерівностей та систем;
- застосовувати рівняння, нерівності та системи до розв'язування текстових задач;
- розв'язувати рівняння і нерівності, що містять змінну під знаком модуля;
- розв'язувати рівняння, нерівності та системи з параметрами.

Розділ: ФУНКЦІЇ

5. Лінійні, квадратичні, степеневі, логарифмічні та тригонометричні функції, їх основні властивості. Числові послідовності.

Предметні компетентності. Вступник повинен знати:

- означення функції, область визначення, область значень функції, графік функції;
- способи задання функції, основні властивості та графіки функцій, указаних у назві теми;
- означення функції, оберненої до заданої;
- означення арифметичної та геометричної прогресій;
- формули n -го члена арифметичної та геометричної прогресій;
- формули суми перших n членів арифметичної та геометричної прогресій;
- формула суми нескінченної геометричної прогресії зі знаменником $|q| < 1$.

Уміти:

- знаходити область визначення область значень функції;

- досліджувати на парність (непарність), періодичність функцію;
- будувати графіки елементарних функцій, вказаних у назві теми;
- встановлювати властивості числових функцій, заданих формулою або графіком;
- використовувати перетворення графіків функцій;
- розв'язувати задачі на арифметичну та геометричну прогресії.

6. Похідна функції, її геометричний та фізичний зміст. Похідні елементарних функцій. Правила диференціювання.

Предметні компетентності. Вступник повинен знати:

- рівняння дотичної до графіка функції в точці;
- фізичний та геометричний зміст похідної;
- таблиця похідних основних елементарних функцій;
- правила знаходження похідної суми, добутку, частки двох функцій;
- правило знаходження похідної складеної функції.

Уміти:

- знаходити кутовий коефіцієнт і кут нахилу дотичної до графіка функції в точці;
- знаходити похідні елементарних функцій;
- знаходити числове значення похідної функції в точці для заданого значення аргументу;
- знаходити похідну суми, добутку, частки двох функцій;
- знаходити похідну складеної функції;
- розв'язувати задачі з використанням геометричного та фізичного змісту похідної.

7. Дослідження функції за допомогою похідної. Побудова графіків функцій.

Предметні компетентності. Вступник повинен знати:

- достатня умова зростання (спадання функції на проміжку;
- екстремуми функції;
- означення найбільшого і найменшого значень функції.

Уміти:

- знаходити проміжки монотонності функції;
- знаходити екстремуми функції за допомогою похідної, найбільше та найменше значення функції;
- досліджувати функції за допомогою похідної та будувати їх графіки;
- розв'язувати прикладні задачі на знаходження найбільших і найменших значень.

8. Первісна та невизначений інтеграл. Застосування визначеного інтеграла до обчислення площ криволінійних трапецій.

Предметні компетентності. Вступник повинен знати:

- означення первісної функції, визначеного інтеграла, криволінійної трапеції;
- таблицю первісних функцій;
- формулу Ньютона-Лейбніца.

Уміти:

- знаходити первісну, використовуючи її основні властивості;
- застосовувати формулу Ньютона-Лейбніца для обчислення визначеного інтеграла;

- обчислювати площу плоских фігур за допомогою інтеграла;
- розв'язувати найпростіші прикладні задачі, що зводяться до знаходження інтеграла.

Розділ: ЕЛЕМЕНТИ КОМБІНАТОРИКИ. ПОЧАТКИ ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ ТА ЕЛЕМЕНТИ СТАТИСТИКИ

9. Перестановки, комбінації, розміщення (без повторень). Комбінаторні правила суми та добутку. Ймовірність випадкової події. Вибіркові характеристики.

Предметні компетентності. Вступник повинен знати:

- означення перестановки, комбінації, розміщення (без повторень);
- комбінаторні правила суми та добутку;
- класичне означення ймовірності події, найпростіші випадки підрахунку ймовірностей подій;
- означення вибірових характеристик рядів даних (розмах вибірки, мода, медіана, середнє значення);
- графічна, таблична, текстова та інша форми подання статистичної інформації.

Уміти:

- розв'язувати найпростіші комбінаторні задачі;
- обчислювати в найпростіших випадках ймовірності випадкових подій;
- обчислювати та аналізувати вибіркові характеристики рядів даних (розмах вибірки, мода, медіана, середнє значення).

ГЕОМЕТРІЯ

Розділ: ПЛАНІМЕТРІЯ

10. Найпростіші геометричні фігури на площині та їх властивості.

Предметні компетентності. Вступник повинен знати:

- поняття точки і прямої, променя, відрізка, ламаної, кута;
- аксіоми планіметрії;
- суміжні та вертикальні кути, бісектриса кута;
- властивості суміжних та вертикальних кутів;
- властивість бісектриси кута;
- паралельні та перпендикулярні прямі;
- перпендикуляр і похила, серединний перпендикуляр, відстань від точки до прямої;
- ознаки паралельності прямих;
- теорема Фалеса, узагальнена теорема Фалеса.

Уміти:

- застосовувати означення, ознаки та властивості найпростіших геометричних фігур до розв'язування планіметричних задач та задач практичного змісту.

11. Коло та круг.

Предметні компетентності. Вступник повинен знати:

- коло, круг та їх елементи;
- центральні, вписані кути та їх властивості;
- властивості двох хорд, що перетинаються; дотичні до кола та їх властивості.

Уміти:

- застосовувати набуті знання до розв'язування планіметричних задач та задач практичного змісту.

12. Трикутники.

Предметні компетентності. Вступник повинен знати:

- види трикутників та їх основні властивості;
- ознаки рівності трикутників;
- медіану, бісектрису, висоту трикутника та їх властивості;
- теорему про суму кутів трикутника;
- нерівність трикутника;
- середню лінію трикутника та її властивості;
- коло, описане навколо трикутника, і коло, вписане в трикутник;
- теорему Піфагора, пропорційні відрізки прямокутного трикутника;
- співвідношення між сторонами і кутами прямокутного трикутника;
- теорему синусів;
- теорему косинусів.

Уміти:

- класифікувати трикутники за сторонами та кутами;
- розв'язувати трикутники;
- застосовувати означення та властивості різних видів трикутників до розв'язування планіметричних задач та задач практичного змісту;
- знаходити радіуси кола, описаного навколо трикутника, і кола, вписаного в трикутник.

13. Чотирикутники.

Предметні компетентності. Вступник повинен знати:

- чотирикутник та його елементи;
- паралелограм та його властивості, ознаки паралелограма;
- прямокутник, ромб, квадрат, трапеція та їх властивості;
- середню лінію трапеції та її властивість;
- вписані в коло та описані навколо кола чотирикутники.

Уміти:

- застосовувати означення, ознаки та властивості різних видів чотирикутників до розв'язування планіметричних задач та задач практичного змісту.

14. Многокутники.

Предметні компетентності. Вступник повинен знати:

- многокутник та його елементи, опуклий многокутник;
- периметр многокутника;
- суму кутів опуклого многокутника;
- правильний многокутник та його властивості;
- вписані в коло та описані навколо кола многокутники.

Уміти:

- застосовувати означення, ознаки та властивості різних видів многокутників до розв'язування планіметричних задач та задач практичного змісту.

15. Геометричні величини та їх вимірювання.

Предметні компетентності. Вступник повинен знати:

- довжину відрізка, кола або його дуги;
- величину кута, вимірювання кутів;

- периметр многокутника;
- формули для обчислення площі трикутника, паралелограма, ромба, квадрата, трапеції, правильного многокутника, круга, кругового сектора.

Уміти:

- знаходити довжини відрізків, градусні та радіанні міри кутів, площі геометричних фігур;
- обчислювати довжину кола та його дуг, площу круга, кругового сектора;
- використовувати формули площ геометричних фігур до розв'язування планіметричних задач та задач практичного змісту.

16. Координати та вектори на площині.

Предметні компетентності. Вступник повинен знати:

- прямокутна система координат на площині, координати точки;
- формула для обчислення відстані між двома точками та формула для обчислення координат середини відрізка;
- рівняння прямої та кола;
- поняття вектора, довжини вектора, колінеарні вектори, рівні вектори, координати вектора;
- додавання, віднімання векторів, множення вектора на число;
- розклад вектора за двома неколінеарними векторами;
- скалярний добуток векторів та його властивості;
- формула для знаходження кута між векторами, що задані координатами;
- умови колінеарності та перпендикулярності векторів, що задані координатами.

Уміти:

- знаходити координати середини відрізка та відстань між двома точками;
- складати рівняння прямої та рівняння кола;
- виконувати дії з векторами;
- знаходити скалярний добуток векторів;
- застосовувати координати і вектори до розв'язування планіметричних задач та задач практичного змісту.

17. Геометричні перетворення.

Предметні компетентності. Вступник повинен знати:

- основні види та зміст геометричних перетворень на площині (рух, симетрія відносно точки і відносно прямої, поворот, паралельне перенесення, перетворення подібності, гомотетія);
- ознаки подібності трикутників;
- відношення площ подібних фігур.

Уміти:

- використовувати властивості основних видів геометричних перетворень, ознаки подібності трикутників до розв'язування планіметричних задач та задач практичного змісту.

Розділ: СТЕРЕОМЕТРІЯ

18. Прямі та площини у просторі.

Предметні компетентності. Вступник повинен знати:

- аксіоми і теореми стереометрії;
- взаємне розміщення прямих у просторі, прямої та площини у просторі, площин у просторі;

- ознаки паралельності прямих, прямої і площини, площин;
- паралельне проектування;
- ознаки перпендикулярності прямої і площини, двох площин;
- проекція похилої на площину, ортогональна проекція;
- пряма та обернена теореми про три перпендикуляри;
- відстань від точки до площини, від точки до прямої, від прямої до паралельної їй площини, між паралельними площинами, між мимобіжними прямими;
- ознака мимобіжності прямих;
- кут між прямими прямою та площиною, площинами.

Уміти:

- застосовувати означення, ознаки та властивості паралельних і перпендикулярних прямих і площин до розв'язування стереометричних задач та задач практичного змісту;
- знаходити зазначені відстані та величини кутів у просторі.

19. Многогранники, тіла і поверхні обертання.

Предметні компетентності. Вступник повинен знати:

- двогранний кут, лінійний кут двогранного кута;
- многогранники та їх елементи, основні види многогранників: призма, паралелепіпед, піраміда, різана піраміда;
- тіла і поверхні обертання та їх елементи, основні види тіл і поверхонь обертання: циліндр, конус, зрізаний конус, куля, сфера;
- перерізи многогранників та тіл обертання площиною;
- комбінації геометричних тіл;
- формули для обчислень площ поверхонь, об'ємів многогранників і тіл обертання.

Уміти:

- розв'язувати задачі на обчислення площ поверхонь та об'ємів геометричних тіл;
- встановлювати за розгорткою поверхні вид геометричного тіла;
- застосовувати означення та властивості основних видів многогранників, тіл і поверхонь обертання до розв'язування стереометричних задач та задач практичного змісту.

20. Координати та вектори у просторі.

Предметні компетентності. Вступник повинен знати:

- прямокутну систему координат у просторі, координати точки;
- формулу для обчислення відстані між двома точками та формулу для обчислення координат середини відрізка;
- поняття вектора, довжини вектора, колінеарні вектори, рівні вектори, координати вектора;
- додавання, віднімання векторів, множення вектора на число;
- скалярний добуток векторів та його властивості;
- формулу для знаходження кута між векторами, що задані координатами;
- умови колінеарності та перпендикулярності векторів, що задані координатами.

Уміти:

- знаходити координати середини відрізка та відстань між двома точками;

- виконувати дії над векторами;
- знаходити скалярний добуток векторів;
- застосовувати координати і вектори до розв'язування стереометричних задач та задач практичного змісту.

Діагностика рівня знань, умінь та навичок вступників з математики

В цілому додаткове вступне випробування з елементарної математики перевіряє рівень предметних математичних компетентностей вступників:

- будувати математичні моделі реальних об'єктів, процесів і явищ та досліджувати ці моделі засобами математики;
- виконувати математичні розрахунки (виконувати дії з числами, поданими у різних формах, дії з відсотками, складати та розв'язувати задачі на пропорції, наближені обчислення тощо);
- виконувати перетворення виразів (розуміти змістове значення кожного елемента виразу, знаходити допустимі значення змінних у виразах, знаходити числові значення виразів при заданих значеннях змінних, визначати з рівності двох виразів одну змінну через інші тощо);
- будувати й аналізувати графіки найпростіших функціональних залежностей, досліджувати їхні властивості;
- розв'язувати рівняння, нерівності та їх системи, розв'язувати текстові задачі на складання рівнянь, нерівностей та їх систем;
- знати властивості фігур площини та простору; зображати на рисунках геометричні фігури та виконувати геометричні побудови;
- знаходити метричні характеристики геометричних фігур (довжини, величини кутів, площі, об'єми);
- розв'язувати найпростіші комбінаторні задачі та обчислювати ймовірності випадкових подій;
- аналізувати інформацію, яка подана в різних формах (графічній, табличній, текстовій та ін.).

Додаткове вступне випробування з елементарної математики покликане виявити наявність предметних математичних компетентностей з основних змістових ліній елементарної математики за допомогою спілкування зі вступниками магістратури на основі виконаних ними завдань іспиту.

КРИТЕРІЇ

оцінювання відповідей на питання додаткового вступного випробування з елементарної математики

1. Додаткове вступне випробування з елементарної математики відбувається в усній формі. Кожен вступник отримує індивідуальні екзаменаційні матеріали, що складаються із картки іспиту та листів для відповіді зі штампом приймальної комісії.
2. Вступник може набрати максимально 200 балів, виконавши всі завдання випробування.
3. Екзаменаційний білет складається із чотирьох завдань. За кожне правильно виконане завдання вступник одержує 50 балів. Якщо завдання не виконувалася, то виставляється 0 балів. Критерії оцінювання завдань наведено в таблицях 1 і 2.

4. Якщо абітурієнт набрав сумарно **100** або більше балів, то він отримує результат: **допущений** до фахового випробування, в іншому випадку, результат – **не допущений**.

Таблиця 1. Оцінювання завдання з алгебри і початків аналізу на вступному випробуванні

Зміст критерію	Бали
Отримано правильну відповідь. Обґрунтовано всі ключові моменти розв'язування, продемонстровано глибоке володіння основними поняттями і методами відповідних математичних теорій та уміння застосовувати їх до розв'язування конкретної задачі.	46–50
Наведено логічно правильну послідовність кроків розв'язування. Деякі з ключових моментів розв'язування обґрунтовано недостатньо (Можливі 1–2 незначні помилки або описки в обчисленнях, перетвореннях, що не впливають на правильність подальшого ходу розв'язування). Отримана відповідь може бути неправильною.	24–45
Наведено логічно правильну послідовність кроків розв'язування. Деякі з ключових моментів обґрунтовано недостатньо або не обґрунтовано. Можливі 1–2 помилки в обчисленнях або перетвореннях, що впливають на правильність подальшого ходу розв'язування. Отримана відповідь може бути неправильною або неповною (розв'язана правильно лише частина завдання).	16–23
У правильній послідовності ходу розв'язування немає деяких етапів розв'язування. Ключові моменти розв'язування не обґрунтовано. Отримана відповідь неправильна або завдання розв'язане не повністю	1–15
Вступник не приступив до розв'язування завдання або приступив до його розв'язування, але його записи не відповідають зазначеним вище критеріям	0

Таблиця 2. Оцінювання завдання з геометрії на вступному випробуванні

Зміст критерію	Бали
Отримано правильну відповідь. Обґрунтовано всі ключові моменти розв'язування та зазначено всі необхідні для доведення теореми, аксіоми тощо. Наведено рисунок, який відповідає розв'язанню завдання	46–50
Наведено логічно правильну послідовність кроків розв'язування. Деякі з ключових моментів розв'язування обґрунтовано недостатньо / Рисунок немає / Можливі 1–2 негрубі помилки або описки в обчисленнях, перетвореннях, що не впливають на правильність подальшого ходу розв'язування / Отримана відповідь може бути неправильною	24–45

Наведено логічно правильну послідовність кроків розв'язування. Деякі з ключових моментів обґрунтовано недостатньо або не обґрунтовано. Рисунка немає / Можливі 1–2 помилки в обчисленнях або перетвореннях, що впливають на правильність подальшого ходу розв'язування. Отримана відповідь може бути неправильною або неповною (розв'язана правильно лише частина завдання)	16–23
У правильній послідовності ходу розв'язування немає деяких етапів розв'язування. Ключові моменти розв'язування не обґрунтовано. Отримана відповідь неправильна або завдання розв'язане не повністю	1–15
Вступник не приступив до розв'язування завдання або приступив до його розв'язування, але його записи не відповідають зазначеним вище критеріям	0